Économétrie — TD 7

Tests de normalité & mise en pratique (Jarque–Bera)

Pierre Beaucoral

Introduction

À quoi sert la normalité ?
Si les résidus ne sont **pas normaux**, les statistiques classiques (t, F) ne suivent plus exactement les lois théoriques de référence. Le niveau nominal du test — par exemple 5 % — n'est alors plus garanti : la probabilité réelle de **rejeter à tort l'hypothèse nulle** (erreur de première espèce) peut être plus élevée que 5 %. En d'autres termes, on croit contrôler le risque de faux positif, mais il est en réalité mal calibré : on peut conclure qu'un coefficient est « significatif » alors que ce n'est qu'un artefact de la distribution anormale des erreurs. C'est précisément pour éviter ce gonflement du risque de première espèce que l'on vérifie la normalité ou, à défaut, qu'on emploie des méthodes d'inférence robustes

Rappel — Jarque–Bera (JB)

On note η la **skewness** (asymétrie) et ν la **kurtosis** (aplatissement). Pour un échantillon de taille N : $\boxed{JB = N\left(\frac{\eta^2}{6} + \frac{(\nu-3)^2}{24}\right)}$ $\rightsquigarrow$ $\chi^2(2)$ sous H_0 : normalité.

- Sous normalité : $\eta = 0$ et $\nu = 3 \Rightarrow JB \approx 0$.
- Décision 5 % : **rejeter** H_0 si $JB > 5.991$.

Intuition visuelle

- $\eta \neq 0$: distribution **asymétrique** (queue plus longue d'un côté).
- $\nu > 3$: **queues épaisses** (beaucoup d'outliers) ; $\nu < 3$: aplatie.

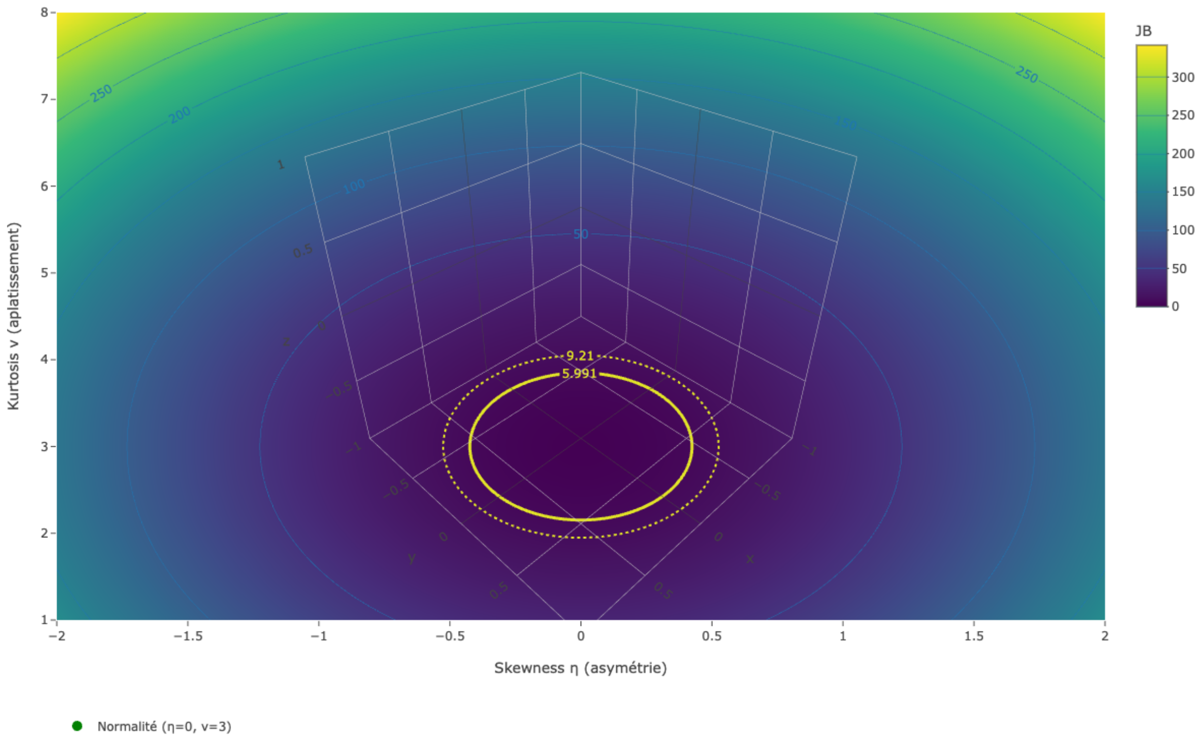

Figure 1: Carte des valeurs de JB dans le plan (,). Cercles jaunes : seuils 5% (plein) et 1% (pointillé).

Carte de décision JB (interactive)

Plusieurs cas « régression » simulés

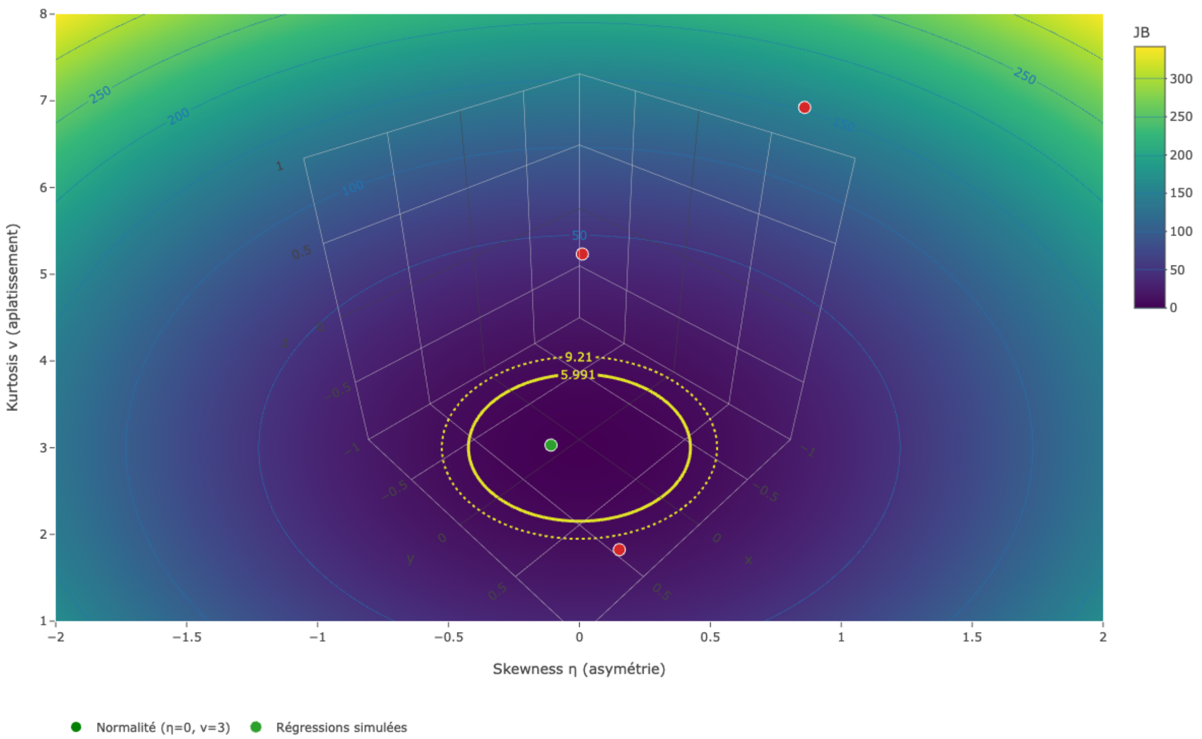

Figure 2: Points simulés : vert = normalité non rejetée (5%), rouge = rejet.

QQ-plot et histogramme des résidus

Ce graphique combine deux diagnostics de normalité: **À gauche – QQ-plot (quantile-quantile)**

- Les points noirs devraient s'aligner sur la droite si les résidus suivent une loi normale.
- Ici, les points des extrémités sont nettement **au-dessus** (en haut à droite) et **en dessous** (en bas à gauche) de la droite de référence.

  → Cela traduit des **queues plus épaisses** que la normale : beaucoup de valeurs extrêmes.

À droite – Histogramme + courbe de densité normale

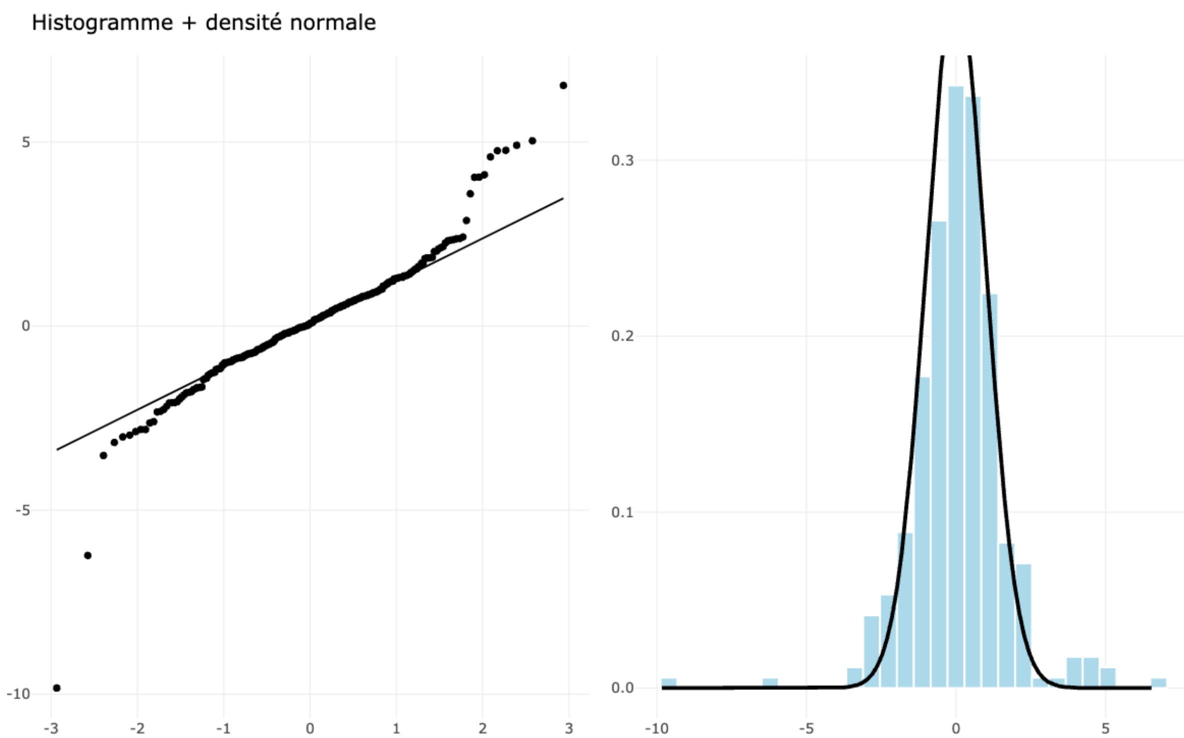

Figure 3: À gauche : QQ-plot vs N(0,1) ; à droite : histogramme avec densité normale.

- L'histogramme bleu représente la distribution empirique des résidus.
- La courbe noire est la densité normale ajustée (même moyenne et variance).
- On observe un **pic très marqué au centre en théorie** (courbe noire)**, moins en pratique** et des **queues plus longues** que la courbe noire.

  → Davantage de valeurs extrêmes que prévu sous normalité.

Conclusion

Les deux panneaux concordent : la distribution n'est pas bien approximée par une normale.

Dans ce contexte, les tests t/F basés sur la normalité risquent d'avoir un **niveau de première espèce mal calibré** ; il faut envisager des **erreurs-types robustes** ou une spécification de modèle différente.

Pas-à-pas (EViews)

1. Estimez le modèle par **MCO**.
2. `View → Residual Diagnostics → Histogram - Normality Test` (JB + p-value).
3. Si besoin, produisez **QQ-plot** + **histogramme**.
4. Comparez les résultats **par sous-échantillons** si le module le demande (ex. seuil sur une variable de revenu).

Que faire si la normalité est rejetée ?

- Inspecter les **outliers** / points influents.
- Revoir la **spécification** (termes non linéaires, interactions, logs).
- Employer des **écarts-types robustes** (White/HAC) pour sécuriser les tests t/F malgré la non-normalité.
- En dernier recours : **transformations** (log, Box–Cox) ou méthodes robustes (Huber, quantile).

À retenir

- **JB** combine **asymétrie** et **aplatissement** pour tester la normalité.
- La **carte JB** et les **QQ-plots** sont complémentaires pour comprendre la nature de la déviation.
- En pratique, on soigne l'inférence avec **erreurs-types robustes** et un regard critique sur la **spécification**.